

Модуль 1 – «Основы радиотехники»

Практическая работа № 2

Тема – «Частотные и временные характеристики колебательных контуров»

Задание: решить следующие задачи

К генератору с выходным напряжением 100В и частотой 400 кГц подключен последовательный колебательный контур с $C = 400\text{пФ}$, $L = 400\text{мкГн}$, $R = 10\text{ Ом}$.

Определить:

- 1) напряжение на конденсаторе и на индуктивности при резонансе;
- 2) волновое сопротивление, добротность, полосу пропускания;
- 3) ток в контуре, ток в общей цепи и сопротивление контура при резонансе;
- 4) построить графики АЧХ и ФЧХ данного контура.

Инструкция: прежде чем приступать к решению задачи изучите теоретический материал.

Теоретические сведения:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} - \text{собственная частота колебаний в контуре};$$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} - \text{период колебаний в контуре};$$

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} - \text{длина волны};$$

$$W_L = \frac{LI_m^2}{2} - \text{энергия магнитного поля катушки};$$

$$W_C = \frac{CU_m^2}{2} - \text{энергия электрического поля конденсатора};$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} - \text{волновое сопротивление контура};$$

$$d = \frac{1}{Q} - \text{затухание в контуре};$$

$$\Delta f = f_r - f_0 - \text{абсолютная расстройка};$$

$$\xi = \frac{\Delta f}{f_0} - \text{относительная расстройка};$$

$$\Pi = 2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = f_0 d - \text{ширина полосы пропускания};$$

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика;

ФЧХ – фазо-частотная характеристика.

Допустим, что имеется конденсатор, заряженный до напряжения U_m . Энергия заряженного конденсатора $W_{\text{э}} = CU_m^2/2$. Если к конденсатору через ключ K подключить катушку индуктивности (без потерь), то в образовавшейся электрической цепи потечет ток, конденсатор будет разряжаться, а вокруг катушки образуется магнитное поле. Поскольку поле в катушке будет нарастающим то ЭДС самоиндукции будет препятствовать нарастанию тока и магнитного поля, поэтому разряд конденсатора и нарастание тока в цепи произойдет не мгновенно, а за определенное время. Постепенно конденсатор разрядится и вся энергия из электрической перейдет в магнитную $W_m = LI_m^2/2$. Если потери в цепи отсутствуют то $W_{\text{э}} = W_m$.

Далее поле катушки начинает убывать, на ее выводах наводится ЭДС и конденсатор начнет заряжаться с противоположным знаком. После полного заряда конденсатора, он вновь начинает разряжаться и процесс повторяется. Поскольку потери в цепи отсутствуют, общий запас энергии остается постоянным, а амплитуда колебаний неизменной.

Такие колебания в LC контуре называются незатухающими гармоническими колебаниями. Ток в контуре изменяется по синусоидальному закону с частотой ω_0

В радиотехнике используются электромагнитные колебания высокой частоты. Создаются такие колебания электрическими колебательными системами, которые широко применяются при передаче и приеме радиосигналов, их обработке и преобразовании.

В современной радиотехнике используются различные электрические колебательные системы. Наиболее простая из них — колебательный контур.

Колебательным контуром называют электрическую цепь, состоящую из соединенных между собой емкости C и индуктивности L (рис. 1). Реальный колебательный контур, кроме емкости и индуктивности, содержит активное сопротивление R , обусловленное потерями энергии в контуре.

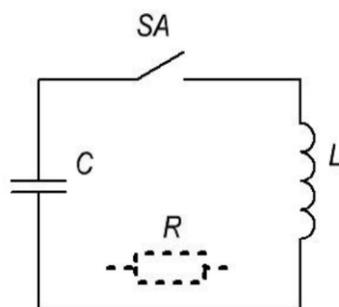


Рис. 1. Схематическое изображение колебательного контура

В приемном устройстве колебательный контур определяет частотную избирательность приемника и может использоваться в следующих узлах: входной цепи, усилителе высокой частоты, в преобразователе частоты.

В передающих устройствах колебательные контуры и применяются в автогенераторах, усилителях, множителях частоты и других узлах.

Допустим, что имеется конденсатор, заряженный до напряжения U_m . Энергия заряженного конденсатора $W_{\text{э}} = CU_m^2/2$. Если к конденсатору через ключ К подключить катушку индуктивности (без потерь), то в образовавшейся электрической цепи потечет ток, конденсатор будет разряжаться, а вокруг катушки образуется магнитное поле. Поскольку поле в катушке будет нарастающим то ЭДС самоиндукции будет препятствовать нарастанию тока и магнитного поля, поэтому разряд конденсатора и нарастание тока в цепи произойдет не мгновенно, а за определенное время. Постепенно конденсатор разрядится и вся энергия из электрической перейдет в магнитную $W_m = LI_m^2/2$. Если потери в цепи отсутствуют то $W_{\text{э}} = W_m$.

Далее поле катушки начинает убывать, на ее выводах наводится ЭДС и конденсатор начнет заряжаться с противоположным знаком. После полного заряда конденсатора, он вновь начинает разряжаться и процесс повторяется. Поскольку потери в цепи отсутствуют, общий запас энергии остаётся постоянный, а амплитуда колебаний неизменной.

Такие колебания в LC контуре называются незатухающими гармоническими колебаниями. Ток в контуре изменяется по синусоидальному закону с частотой ω_0

$$i = I_m \sin \omega_0 t, \quad (1)$$

$$\text{где } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, T_0 = \frac{1}{f_0}$$

С частотой f (или периодом колебаний T) связана длина волны λ . Строго говоря, волны в контуре не возникают, там циркулирует электрический ток. Однако в радиопередающем устройстве энергия из колебательного контура передается в антенну с помощью, которой преобразуется в энергию электромагнитной волны. Длина волны определяется формулой:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}, \quad (2)$$

где λ - длина волны в метрах,
 c - скорость распространения электромагнитной энергии в пространстве м/с (300000км/с),

T - период колебаний, с

f - частота колебаний, Гц

Чем выше частота колебаний, тем короче длина волны.

Одним из параметров контура является его **волновое (характеристическое) сопротивление**. Оно определяет соотношение между напряжением на контуре и током в нем при свободных колебаниях. Это соотношение можно установить из равенства энергии электрического поля конденсатора и энергии магнитного поля катушки.

$$W_C = W_L, \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \quad (3)$$

Решив это уравнение относительно I_m , получим:

$$I_m^2 = \frac{CU_m^2}{L} \text{ или } I_m = \frac{U_m}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{U_m}{\rho} \quad (4)$$

Выражение $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ имеет размерность сопротивление и называется волновым сопротивлением контура.

При синусоидальном токе в контуре индуктивное сопротивление катушки равно

$$X_L = \omega_0 L \quad (5)$$

если $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то

$$X_L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (6)$$

Ёмкостное сопротивление конденсатора равно

$$X_C = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (7)$$

Таким образом, волновым сопротивлением контура в режиме свободных колебаний является X_L или X_C .

Реальный контур всегда содержит активное сопротивление, в котором безвозвратно расходуется на тепло часть энергии контура. Вследствие этого количество энергии в контуре уменьшается и колебания затухают. Амплитуда колебаний убывает по экспоненциальному закону (рис.2)

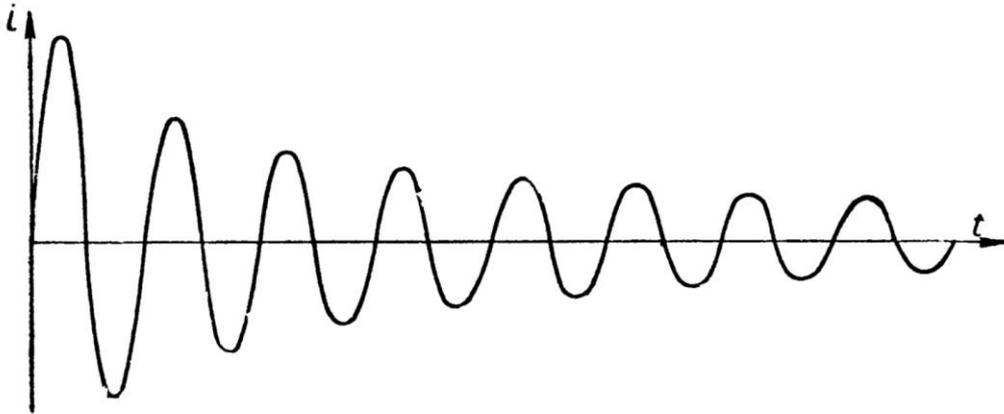


Рис.2 Характер колебательного процесса в контуре с потерями

Параметр, характеризующий скорость таких затуханий и длительность процесса, называется **добротность контура Q**

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} \quad (8)$$

где R- сопротивление потерь в контуре.

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} \quad (9)$$

Чем меньше сопротивление потерь в контуре, тем выше добротность контура.

Потери энергии в контуре происходят в основном в активном сопротивлении катушки, поэтому добротность контура определяется добротностью катушки. Добротность контуров среднего качества обычно составляет несколько десятков единиц.

Величину обратную добротности называют **затуханием**:

$$d = \frac{1}{Q} \quad (10)$$

Экспериментально величину добротности можно оценить по числу полных периодов колебаний от их начала до полного исчезновения (или до снижения амплитуды колебаний до определённого установленного уровня)

Свободные колебания в контуре, из-за потерь энергии являются затухающими. В радиотехнике используются, как правило, незатухающие колебания. Для их получения необходимо непрерывно пополнять энергию контура, чтобы компенсировать потери. Для этого к контуру подключается генератор переменного тока.

Рассмотрим процессы происходящие в последовательном колебательном контуре, при включение в его цепь внешнего генератора (рис.3)

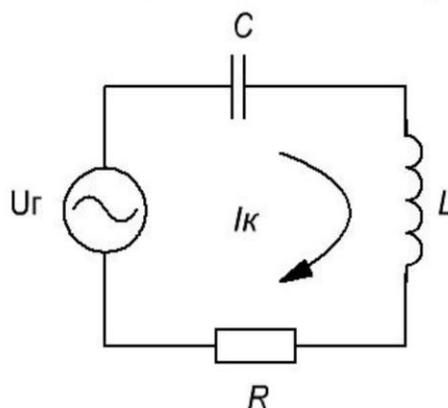


Рис.3. Колебательный контур с принудительным возбуждением.

Под действием переменного напряжения генератора в электрической цепи протекает переменный ток.

$$I_{\kappa} = \frac{U_{\Gamma}}{Z_{\kappa}} = \frac{U_{\Gamma}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (11)$$

Если частота генератора $f\Gamma$ совпадает с частотой собственных (свободных) колебаний f_0 , то наступает резонанс. Сопротивление контура становится чисто активным и равным R , а ток $I_{\text{рез}} = U_{\Gamma}/R$

Ввиду активного сопротивления контура ток в нем совпадает по фазе с напряжением генератора, а напряжение на сопротивлении R становится равным напряжению генератора

$$U_R = I_{\text{рез}}R = U_{\Gamma} \quad (12)$$

При малых значениях R ток в контуре может достигать очень больших величин. Из выражения (11) следует, что индуктивное сопротивление катушки при резонансе в Q раз превышает активное сопротивление контура.

Тоже самое, можно сказать и о величине емкостного сопротивления конденсатора, т.е.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = QR \quad (13)$$

Поскольку контурный ток протекает через катушку и конденсатор, то напряжения на них будут в Q раз больше напряжения на активном сопротивлении R , т.е. больше напряжения генератора. В этом и состоит сущность резонанса напряжений. Этот эффект широко используется в радиотехнических устройствах.

Резонансная кривая последовательного контура.

Свойства контура удобно оценивать с помощью резонансной кривой. Величина тока в контуре зависит от напряжения генератора и полного сопротивления контура, определяться выражением (11). Полное сопротивление контура величина переменная, т.к. X_L X_C зависят от частоты. При резонансе полное сопротивление контура равно активному сопротивлению R . При частоте ниже резонансной преобладает емкостное сопротивление, при частоте выше резонансной - индуктивное. Таким образом, при изменении частоты питающего тока, изменяются величина и характер сопротивления контура, величина протекающего через него тока и фазовые соотношения между током напряжением.

Зависимость тока в контуре от частоты генератора называется **резонансной кривой (или амплитудно-частотной характеристикой – АЧХ)**. Форма резонансной кривой определяется добротностью контура, т.е. соотношением его активного и реактивного сопротивлений. На рис.4 приведены резонансные кривые двух контуров имеющих одинаковые емкости и индуктивности ($C_1=C_2$, $L_1=L_2$) но разные активные сопротивления, причем $R_2 > R_1$

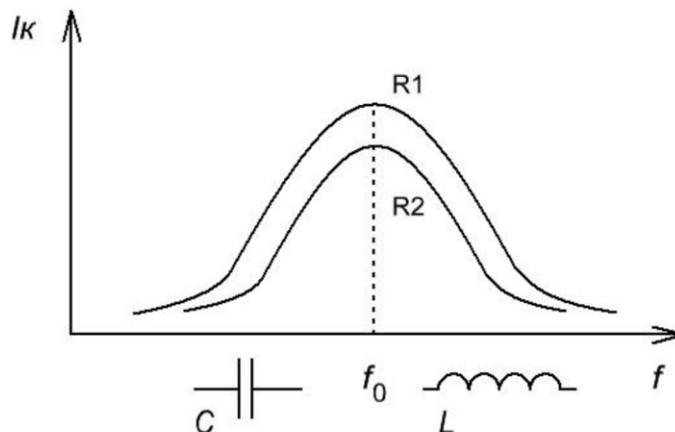


Рис.4 Резонансные кривые контуров с различными R .

На рис.5 Изображены резонансные кривые двух контуров, имеющих равные резонансные частоты ($f_{01}=f_{02}$) и равные активные сопротивления

$(R_1=R_2)$, но разные волновые сопротивления ($\rho_1>\rho_2$, $L_1>L_2$, $C_1<C_2$, но $L_1C_1=L_2C_2$).

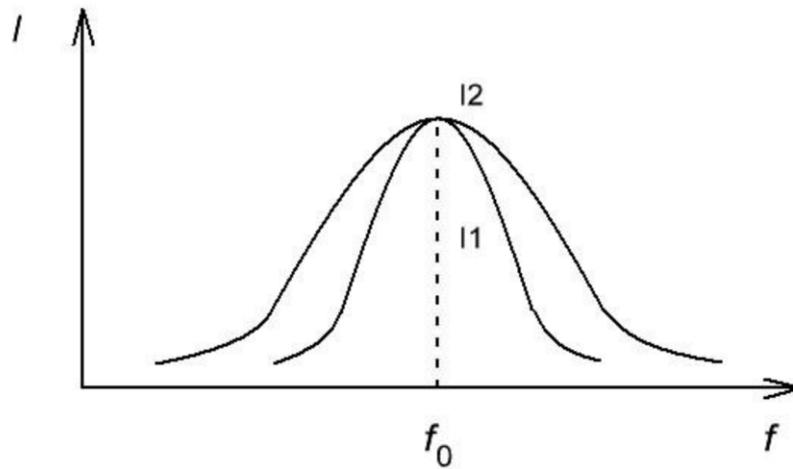


Рис.5 Резонансные кривые контура с разными волновыми сопротивлениями.

Первый контур образован большой индуктивностью и малой емкостью, а второй – малой индуктивностью и большой емкостью т.е. у них разная добротность, причем $Q_1>Q_2$.

При одинаковом изменении частоты генератора сопротивление (и ток) первого контура изменяются более резко, чем второго, и резонансная кривая получается более острой. Чем выше добротность контура, тем острее резонансная кривая.

Резонанс в контуре можно получить не только изменением частоты генератора, но и настройкой контура, т.е. изменением емкости или индуктивности.

Когда частота питающего генератора не равна собственной частоте контура, контур называют расстроенным. Разность $\Delta f=f_r-f_0$ называют абсолютной расстройкой.

Отношение абсолютной расстройки к собственной частоте контура, называют относительной расстройкой

$$\xi = \frac{\Delta f}{f_0} \quad (14)$$

При резонансе, относительная расстройка равна нулю.

Еще одним показателем контура является его **полоса пропускания П**.

Полосой пропускания контура называют полосу частот, в пределах которой ток в контуре уменьшается в $\sqrt{2}$ раз, по сравнению с током при резонансе.

В пределах полосы пропускания ток контура составляет не менее 0,707 от тока при резонансе (рис.6)

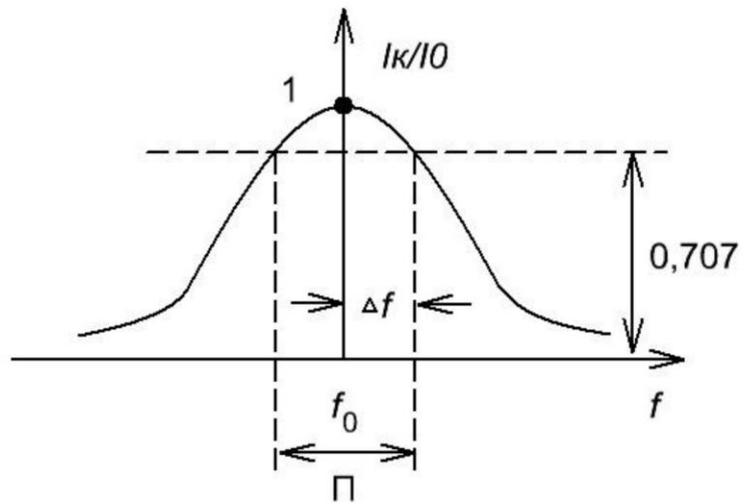


Рис.6 Полоса пропускания контура.

Ширина полосы пропускания зависит от резонансной частоты контура и его добротности.

$$\Pi = 2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = f_0 d \quad (15)$$

Чем ниже добротность, тем «тупее» резонансная кривая и тем шире полоса пропускания.